उत्तराखण्ड विद्यालयी शिक्षा परिषद्, रामनगर (नैनीताल)

इण्टरमीडिएट परीक्षा "अ"
(उत्तराखण्ड) 12 पन्ने

केन्द्र संख्या की मुहर | केन्द्र व्यव हस्ताक्षर

नोट—केन्द्र के नाम की मुहर उत्तरपुस्तिकों के किसी भी भाग पर न लगाएं।

नोट—परीक्षार्थी उत्तरपुस्तिका के किसी भी भाग में अपना नाम व केन्द्र का नाम न लिखें।

'ब' उत्तर पुस्तिका की संख्या— | $ब_1$ | $ब_2$ | $ब_3$ | $ब_4$ |

हस्ताक्षर कक्ष निरीक्षक—

परीक्षार्थी द्वारा भरा जायेगा—

अनुक्रमांक (अंकों में)—

अनुक्रमांक (शब्दों में)—

विषय—

प्रश्नपत्र संकेतांक—

परीक्षा का दिन—

परीक्षा तिथि—

कक्ष निरीक्षक द्वारा भरा जाय—

केन्द्र संख्या—

परीक्षा कक्ष संख्या—

उपरोक्त सभी प्रविष्टियों की जाँच मेरे द्वारा सावधानीपूर्वक कर ली गयी है।

कक्ष निरीक्षक का नाम—

दिनांक—

हस्ताक्षर कक्ष निरीक्षक—

प्रमाणित किया जाता है कि मैंने इस उत्तर पुस्तिका का मूल्यांकन समुचित प्रश्न—पत्र संकेतांक तथा मूल्यांकन निर्देशो के अनुसार किया है। प्राप्तांकों का मुखपृष्ठ पर अग्रसारण कर प्राप्तांकों एवं प्राप्तांकों के योग का मिलान कर लिया गया है। एवार्ड ब्लैंक में प्राप्तांकों की अंकना कर उनका पुनः मिलान भी कर लिया है। किसी भी प्रकार की त्रुटि के लिए मैं उत्तर

परीक्षक के हस्ताक्षर एवं संख्या.

1. अंकेक्षक के हस्ताक्षर एव संख्या........

2. अंकेक्षक के हस्ताक्षर एवं संख्या

सन्निरीक्षा प्रयोगार्थ

सन्निरीक्षा पूर्व अंक—

सन्निरीक्षा पश्चात् अंक—

त्रुटि का प्रकार—

दिनांक—

हस्ताक्षर निरीक्षक—

परीक्षक, निम्न तालिका में प्रत्येक प्रश्न तथा उसके खण्डों के प्राप्तांकों का विवरण यथास्थान भरें।

प्रश्न संख्या	क	ख	ग	घ	ङ	च	छ	ज	झ	ञ	योग
01											
02											
03											
04											
05											
06											
07											
08											
09											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											
26											
27											
28											
29											
30											
31											
32											
33											
34											
35											

योग (शब्दों में) ...... योग (अंकों में)

उत्तर क्रमाँकः- (01)(क)

$\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \frac{\pi}{2}$ opt (ii)

उत्तर क्रमाँक (01) (ख)

$2x = 2$

$\boxed{x = 1}$

$x = 1$ opt (ii)

उत्तर क्रमाँक (01) (ग)

$R(x) = 3x^2 + 10x + 5$

समांत आय $R'(x) = 6x + 10$

$R'(15) = 6(15) + 10$
$= 90 + 10$
$= 100$

$R'(15) = 100$ Ans opt (i)

P.T.O.

उत्तर क्रमाँक (01)(घ)

$\frac{d}{dx}(e^{x^3}) = 3x^2 e^{x^3}$ opt (iv)

उत्तर क्रमाँक (01)(ङ)

4 opt (iv)

उत्तर क्रमाँक (01)(च)

$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$ opt (i)

उत्तर क्रमाँक (02)

Given :- $f: R \rightarrow R$, $f(x) = 2x + 1, \forall x \in R$

$\because f(x) = 2x+1$ —— i)

माना $y = f(x)$ —— ii)

$y = 2x+1$

$x = \frac{y-1}{2}$ —— iii)

By equ ii) & iii),

$f^{-1}(y) = \frac{y-1}{2}$

$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$

$f^{-1}(1) = 0$

$\boxed{f^{-1}(1) = 0}$ Ans

उत्तर क्रमाँक (03)

$I = \int_0^1 e^x \, dx$

$I = \left[e^x\right]_0^1$

$I = e^1 - e^0$

$\boxed{I = e - 1}$ Ans

उत्तर क्रमाँक (04)

Given :- $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ & $\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = (2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}) \cdot (3\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k})$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 6 - 3 + 3 = 6$ Ans

उत्तर क्रमांक (05)

z अक्ष की दिक कोज्यायें:—

$l = \cos\alpha \quad m = \cos\beta \quad n = \cos\gamma$

$l = \cos 90 = 0$

$m = \cos 90 = 0$

$n = \cos 0 = 1$

$\Rightarrow \boxed{(l, m, n) = (0, 0, 1)}$ Ans

उत्तर क्रमांक (06)

Given:- $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$AB = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$AB = \begin{bmatrix} 0+0 & 0+0 \\ 0+0 & 0+0 \end{bmatrix}$

$AB = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ Ans

उत्तर क्रमांक (07)

$y = A\sin x + B\cos x$ तो

P.T. $\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$

$\frac{dy}{dx} = A\cos x - B\sin x$

$\frac{d^2y}{dx^2} = -A\sin x - B\cos x$

L.H.S. :—

$\frac{d^2y}{dx^2} + y = -A\sin x - B\cos x + A\sin x + B\cos x$

$= 0 \quad = R.H.S.$

$\Rightarrow$ L.H.S. = R.H.S. इति सिद्धम्

उत्तर क्रमांक (08)

Given :- $y = (\sin x)^x$ तो $\frac{dy}{dx} = ?$

$y = (\sin x)^x$

P.T.O.

दोनो ओर log लेने पर,

$\log y = \log(\sin x)^x$

$\log y = x \log(\sin x)$

दोनों ओर अवकलन करने पर,

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = x\left[\frac{1}{\sin x}\cdot\cos x\right] + \log(\sin x)$$

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = x\cot x + \log(\sin x)$$

$$\frac{dy}{dx} = y\left[x\cot x + \log(\sin x)\right]$$

$$\frac{d\cancel{y}}{\cancel{d}x} = \log(\cancel{\sin}$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = (\sin x)^x\left[x\cot x + \log(\sin x)\right]}$$

Ans

उत्तर क्रमाँक (09)

Given :- $f(x) = 4x^3 + (-6x^2) - 72x + 14$

अवकलन करने पर,

$$f'(x) = 12x^2 - (6\times2)x - 72$$

$$f'(x) = 12x^2 - 12x - 72 = 12(x^2 - x - 6)$$

$f'(x) = 0$ रखने पर,

$$12x^2 - 12x - 72 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2x - 6 = 0$$

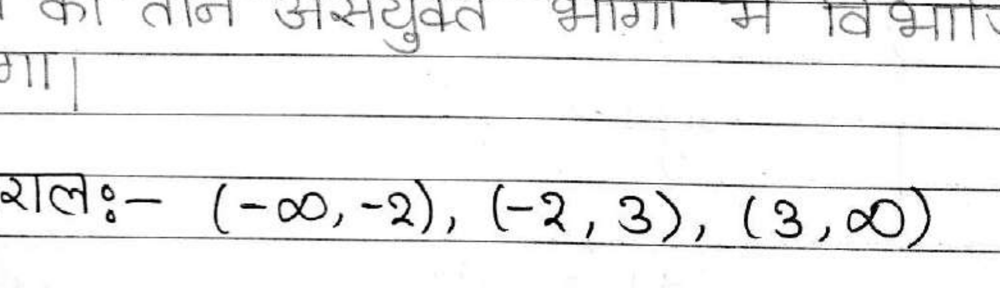
$$x(x-3) + 2(x-3) = 0$$

$$(x+2)(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow x = -2 \text{ या } x = 3$$

x के दो मान प्राप्त हुए हैं अतः ये संख्या रेखा को तीन असंयुक्त भागों में विभाजित करेगा।

अंतरालः— $(-\infty, -2)$, $(-2, 3)$, $(3, \infty)$



चित्र: संख्या रेखा पर $f'(x)$ के चिन्ह का निरूपण

P.T.O.

अंतराल	$f'(x)$ का चिह्न	प्रकृति
$(-\infty, -2)$	$(+)$ve	नि.वर्धमान
$(-2, 3)$	$(-)$ve	नि.ह्रासमान
$(3, \infty)$	$(+)$ve	नि.वर्धमान

अतः $(-\infty, -2) \cup (3, \infty)$ पर फलन निरंतर वर्धमान है।

उत्तर क्रमांक (10)

$$I = \int \frac{\sin(\tan^{-1}x)}{1+x^2}\, dx$$

$$\left\{ \begin{aligned} \text{माना} \quad \tan^{-1}x &= t \\ \frac{dt}{dx} &= \frac{1}{1+x^2} \\ dt &= \frac{dx}{1+x^2} \end{aligned} \right\}$$

$$I = \int \sin t\, dt$$

$I = -\cos t + c$

$I = -\cos(\tan^{-1}x) + c$ $\{\because t = \tan^{-1}x\}$

$\boxed{I = -\cos(\tan^{-1}x) + c}$ Ans

उत्तर क्रमांक (11)

Given :- वक्रों का कुल ⇒ $y = a\cos(x+b)$

$y = a\cos(x+b)$ —— i)

$\frac{dy}{dx} = -a\sin(x+b)$

$\frac{d^2y}{dx^2} = -a\cos(x+b)$ —— ii)

By i) & ii),

$\frac{d^2y}{dx^2} + y = -a\cos(x+b) + a\cos(x+b)$

$\boxed{\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0}$ Ans

उत्तर क्रमांक (12)

माना $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ व

$\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) \cdot (3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 + 4 + 3$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$ —— i)

$\because \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|\,|\vec{b}| \cos\theta$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = (\sqrt{1+4+9})(\sqrt{9+4+1}) \cos\theta$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{14}\,\sqrt{14} \cos\theta$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 14 \cos\theta$ —— ii)

By i) & ii),

$14 \cos\theta = 10$

$\cos\theta = \frac{10}{14}$

$\cos\theta = \frac{5}{7} \Rightarrow \boxed{\theta = \cos^{-1}\left(\frac{5}{7}\right)}$ Ans

$\vec{a}$ व $\vec{b}$ के बीच का कोण $\theta = \cos^{-1}(5/7)$

उत्तर क्रमाँक (13)

$$\frac{x-5}{7} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z}{1}$$ से :—

$$\frac{x-5}{7} = \frac{y-(-2)}{-5} = \frac{z-0}{1}$$

$a_1 = 7,\ b_1 = -5,\ c_1 = (1)$ (दिक् अनुपात)

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$$ से :—

$a_2 = 1,\ b_2 = 2,\ c_2 = 3$ (दिक् अनुपात)

Now,

$$a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 7(1) + (-5)(2) + (1)(3)$$
$$= 7 - 10 + 3$$
$$= 0$$

$\because a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0$

अतः दोनो रेखाये परस्पर $\perp$ है।

उत्तर क्रमाँक (14)

P.T.O.

Given:-

$f: R \rightarrow R$, $f(x) = \sin x$, $\forall x \in R$

एकैकिकता की जाँच :-

माना दो संख्यायें $x_1, x_2 \in R$ इस प्रकार है कि,

$$f(x_1) = f(x_2)$$

$$\sin x_1 = \sin x_2$$

यदि $x_1 = 0$ व $x_2 = \pi$ लिया जाय तो,

$$\sin 0 = \sin \pi = 0$$

But $0 \neq \pi$

$$\Rightarrow x_1 \neq x_2$$

अतः फलन एकैकी नहीं है।

आच्छादकता की जाँच:-

माना $y \in R$ कुछ इस प्रकार है कि,

$y = f(x)$

$y = \sin x$

$x = \sin^{-1}(y)$

$\because$ $y \in R$ के सभी मानों के लिये x का मान संभव नहीं है, अतः यह आच्छादक नहीं है। $\{\because y \in [-1, 1]\}$

अतः फलन न तो एकैकी है, न ही आच्छादक है।

इति सिद्धम्

उत्तर क्रमांक (15)

P.T. $\Rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{a-b}{1+ab}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{b-c}{1+bc}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{c-a}{1+ca}\right) = 0$

L.H.S. :—

$$= \tan^{-1}\left(\frac{a-b}{1+ab}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{b-c}{1+bc}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{c-a}{1+ca}\right)$$

$$\left\{\because \tan^{-1}x - \tan^{-1}y = \tan^{-1}\left(\frac{x-y}{1+xy}\right)\right\}$$

$$= (\tan^{-1}a - \tan^{-1}b) + (\tan^{-1}b - \tan^{-1}c) + (\tan^{-1}c - \tan^{-1}a)$$

P.T.O.

$= 0 = R.H.S.$

$\Rightarrow L.H.S. = R.H.S$ इति सिद्धम्

उत्तर क्रमांक (16)

P.T. $\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$

L.H.S. :—

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}$$

$\{C_1 \rightarrow C_1 - C_3 \;\&\; C_2 \rightarrow C_2 - C_3\}$.

$$= \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ a-c & b-c & c \\ a^3-c^3 & b^3-c^3 & c^3 \end{vmatrix}$$

$$= (a-c)(b-c) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & c \\ a^2 \; c^2 \; ac & & c^3 \end{vmatrix}$$

$$= (a-c)\,(b-c) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & c \\ a^2+c^2+ac & b^2+c^2+bc & c^3 \end{vmatrix}$$

$$= (a-c)(b-c) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & c \\ a^2+c^2+ac & b^2+c^2+bc & c^3 \end{vmatrix}$$

R_1 के सापेक्ष प्रसरण करने पर,

$$= (a-c)(b-c)\left(b^2+\cancel{c^2}+bc - a^2-\cancel{c^2}-ac\right)$$

$$= (a-c)(b-c)\left(b^2-a^2+bc-ac\right)$$

$$= (a-c)(b-c)\left((b-a)(b+a)+c(b-a)\right)$$

$$= (a-c)(b-c)\left[(b-a)(a+b+c)\right]$$

$$= (a-c)(b-c)(b-a)(a+b+c)$$

$$= (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$$

$= R \cdot H \cdot S \cdot$

$\Rightarrow L \cdot H \cdot S = R \cdot H \cdot S \cdot$

इति सिद्धम्

उत्तर क्रमांक (17)

Given :- $x = a\left(\cos t + \log \tan\frac{t}{2}\right)$

$y = a\sin t$ तो $\frac{dy}{dx} = ?$

$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(a\sin t)$

$\frac{dy}{dt} = a\cos t$ —— i)

$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left[a\left(\cos t + \log \tan\frac{t}{2}\right)\right]$

$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(a\cos t) + \frac{d}{dt}a\left(\log \tan\frac{t}{2}\right)$

$\frac{dx}{dt} = -a\sin t + a\left[\frac{1}{\tan\frac{t}{2}} \cdot \sec^2\frac{t}{2} \cdot \frac{1}{2}\right]$

$\frac{dx}{dt} = -a\sin t + a\left[\frac{\cos t/2}{\sin t/2} \cdot \frac{1}{\cos^2 t/2} \cdot \frac{1}{2}\right]$

$\frac{dx}{dt} = -a\sin t + \frac{a}{2}\left[\frac{1}{\sin t/2 \cos t/2}\right]$

$$\frac{dx}{dt} = -a\sin t + \frac{a}{\sin t}$$ $\left\{ \because \sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta \right\}$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-a\sin^2 t + a}{\sin t}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{a(1-\sin^2 t)}{\sin t}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{a\cos^2 t}{\sin t} \quad \text{--- ii)}$$

By i) & ii),

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a\cos t \ \sin t}{a\cos^2 t}$$

$$\frac{dy}{dx} = \tan t$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \tan t}$$ Ans

उत्तर क्रमांक (18)

$$I = \int \frac{dx}{(x+2)(x+3)}$$

P.T.O.

माना $\dfrac{1}{(x+2)(x+3)} = \dfrac{A}{(x+2)} + \dfrac{B}{(x+3)}$ —i)

$$\frac{1}{(x+2)(x+3)} = \frac{A(x+3) + B(x+2)}{(x+2)(x+3)}$$

$$1 = A(x+3) + B(x+2)$$

$x = -3$ रखने पर,

$$1 = B(-3+2)$$

$$1 = -B$$

$$\boxed{B = -1}$$

$x = -2$ रखने पर,

$$1 = A(-2+3) + 0$$

$$\boxed{1 = A}$$

By equ i),

$$\frac{1}{(x+2)(x+3)} = \frac{1}{(x+2)} - \frac{1}{(x+3)}$$

दोनों ओर समाकलन करने पर,

$$I = \int \frac{dx}{(x+2)} - \int \frac{dx}{(x+3)}$$

$$I = \log|x+2| - \log|x+3| + C$$

$$\boxed{I = \log\left|\frac{x+2}{x+3}\right| + C}$$ Ans

उत्तर क्रमांक (19)

$$I = \int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{1+\sin x} \quad \text{— i)}$$

$$I = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x)dx}{1+\sin(\pi - x)} \quad \left\{ \because \int_0^a \frac{f(x)}{dx} = \int_0^a \frac{f(a-x)}{dx} \right\}$$

$$I = \int_0^{\pi} \frac{\pi\,dx}{1+\sin x} - \int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{1+\sin x} \quad \text{— ii)}$$

By adding, i) & ii),

$$2I = \int_0^{\pi} \frac{\pi\,dx}{1+\sin x}$$

$$2I = \pi \int_0^{\pi} \frac{dx}{1+\sin x}$$

अंश व हर में $(1-\sin x)$ से गुणा करने पर, P.T.O.

$$2I = \pi \int_0^{\pi} \frac{(1-\sin x)\,dx}{(1+\sin x)(1-\sin x)}$$

$$2I = \pi \int_0^{\pi} \frac{(1-\sin x)\,dx}{1-\sin^2 x}$$

$$2I = \pi \int_0^{\pi} \left(\frac{1-\sin x}{\cos^2 x}\right) dx \quad \left\{\because 1-\sin^2 x = \cos^2 x\right\}$$

$$2I = \pi \int_0^{\pi} (\sec^2 x - \tan x \sec x)\,dx$$

$$2I = \pi \left[\tan x - \sec x\right]_0^{\pi}$$

$$2I = \pi \left[(\tan\pi - \sec\pi) - (\tan 0 - \sec 0)\right]$$

$$2I = \pi \left[(0-(-1)) - (0-1)\right]$$

$$2I = \pi \left[1+1\right]$$

$$2I = 2\pi$$

$$\boxed{I = \pi}$$

अतः:

$$\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{1+\sin x} = \pi \quad \text{Ans}$$

उत्तर क्रमांक (20)

माना $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ व $\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$

$\because$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos\theta$

$(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \cdot (3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}) = (\sqrt{4+1+1})(\sqrt{9+16+1}) \cos\theta$

$6 - 4 - 1 = (\sqrt{6})(\sqrt{26}) \cos\theta$

$1 = \sqrt{156} \cos\theta$

$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{156}}$

$\because \quad \sin\theta = (1 - \cos^2\theta)^{1/2}$

$\sin\theta = \sqrt{1 - \frac{1}{156}}$

$\sin\theta = \sqrt{\frac{155}{156}}$

$\because \quad \vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \sin\theta \, \hat{n}$

$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix} = \sqrt{6} \sqrt{26} \sqrt{\frac{155}{156}} \, \hat{n}$

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix} = \sqrt{156}\sqrt{\frac{155}{156}}\ \hat{n}$$

$$\hat{i}(1-4) - \hat{j}(-2-3) + \hat{k}(8+3) = \sqrt{155}\ \hat{n}$$

$$-3\hat{i} + 5\hat{j} + 11\hat{k} = \sqrt{155}\ \hat{n}$$

$$\hat{n} = \frac{1}{\sqrt{155}}(-3\hat{i} + 5\hat{j} + 11\hat{k})$$

अतः $\vec{a}$ व $\vec{b}$ पर लंब इकाई सदिश:-

$$\hat{n} = \frac{1}{\sqrt{155}}(-3\hat{i} + 5\hat{j} + 11\hat{k})$$ Ans

---

उत्तर क्रमांक (21)

एक गड्डी में पत्तों की कुल संख्या = 52

काले रंग के पत्तों की कुल संख्या = 26

पहला पत्ता काला होने की प्रायिकता = $\frac{26}{52}$

{without replacement}

दूसरा पत्ता काला होने की प्रायिकता $= \frac{25}{51}$

$p($दोनो पत्ते काले$) = \frac{26}{52} \times \frac{25}{51}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{25}{51}$

$= \frac{25}{102}$

अतः $p($दोनो पत्ते काले$) = \frac{25}{102}$ Ans

उत्तर क्रमांक (22)

Given :—

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$P.T. \Rightarrow A \cdot (\mathrm{adj}\, A) = |A| I$

आव्यूह के उपसारणीक $A_{ij} \Rightarrow (-1)^{i+j} m_{ij}$

$A_{11} = 3 - 0 = 3$

$A_{12} = -(15 - 0) = -15$

$A_{13} = (5-0) = 5$

$A_{21} = -(0+1) = -1$

$A_{22} = 6-0 = 6$

$A_{23} = -(2-0) = -2$

$A_{31} = 1$

$A_{32} = \cancel{-1}-(0-(-5)) = -5$

$A_{33} = 2$

$$\therefore \text{adj}(A) = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix}$$

$$\text{adj } A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$|A| = 2(3-0) - 1(5-0)$

$|A| = 6-5 = 1 \Rightarrow |A| = 1$

$L \cdot H \cdot S = A \cdot \text{adj} A$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6-0-5 & -2+0+2 & 2+0-2 \\ 15-15+0 & -5+6+0 & 5-5+0 \\ 0-15+15 & 0+6-6 & 0-5+6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$R \cdot H \cdot S = |A|\, I$

$$= 1 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow L \cdot H \cdot S \cdot = R \cdot H \cdot S \cdot$

अतः $A \cdot (\text{adj} A) = |A|\, I$

इति सिद्धम्

P.T.O.

उत्तर क्रमांक (23)

वक्र $x^2 = 4y$ के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा की

समी॰ ~~//~~ ढाल:—

$x^2 = 4y$

diff. w.r.t x,

$$2x = 4\frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{2}$$

वक्र $x^2 = 4y$ के बिंदु पर अभिलंब का समी॰ ढाल:—

$$\because \quad m = \frac{-1}{dy/dx}$$

$$m = \frac{-1}{x/2}$$

$$m = \frac{-2}{x}$$

किसी बिंदु (h, k) पर,

$$m = \frac{-2}{h}$$

अभिलंब के समी० के लिये,

$$m = \frac{y-y_1}{x-x_1}$$

$$\frac{-2}{h} = \frac{y-k}{x-h} \quad \text{—— i)}$$

$$-2(x-h) = yh - kh$$

$$-2x + 2h = yh - kh$$

∵ अभिलंब ~~(1,2~~ (1,2) से होकर जाता है, अतः $x=1$ व $y=2$ रखने पर,

$$-2 + 2h = 2h - kh$$

$$-2 = -kh$$

$$2 = kh \quad \text{—— ii)}$$

∵ बिंदु (h, k) वक्र पर स्थित है। अतः ये वक्र के समी० का पालन करेंगे,

∵ $x^2 = 4y$ {वक्र का समीकरण}

$$h^2 = \cancel{ky}\ 4k$$

$$k = \frac{h^2}{4}$$

k का मान समी० ii) में रखने पर,

$$2 = kh$$

$$2 = \left(\frac{h^2}{4}\right) h$$

$$8 = h^3$$

$$2^3 = h^3$$

$$\boxed{h = 2}$$

By equ ii),

$$2 = kh$$

$$k = \frac{2}{2}$$

$$\boxed{k = 1}$$

(h, k) का मान समी० i) में रखने पर,

$$\frac{-2}{h} = \frac{y-k}{x-h}$$

$$\frac{-2}{2} = \frac{y-1}{x-2}$$

$$-1 = \frac{y-1}{x-2}$$

{see in next copy}

$-(x-2) = y-1$

$-x+2 = y-1$

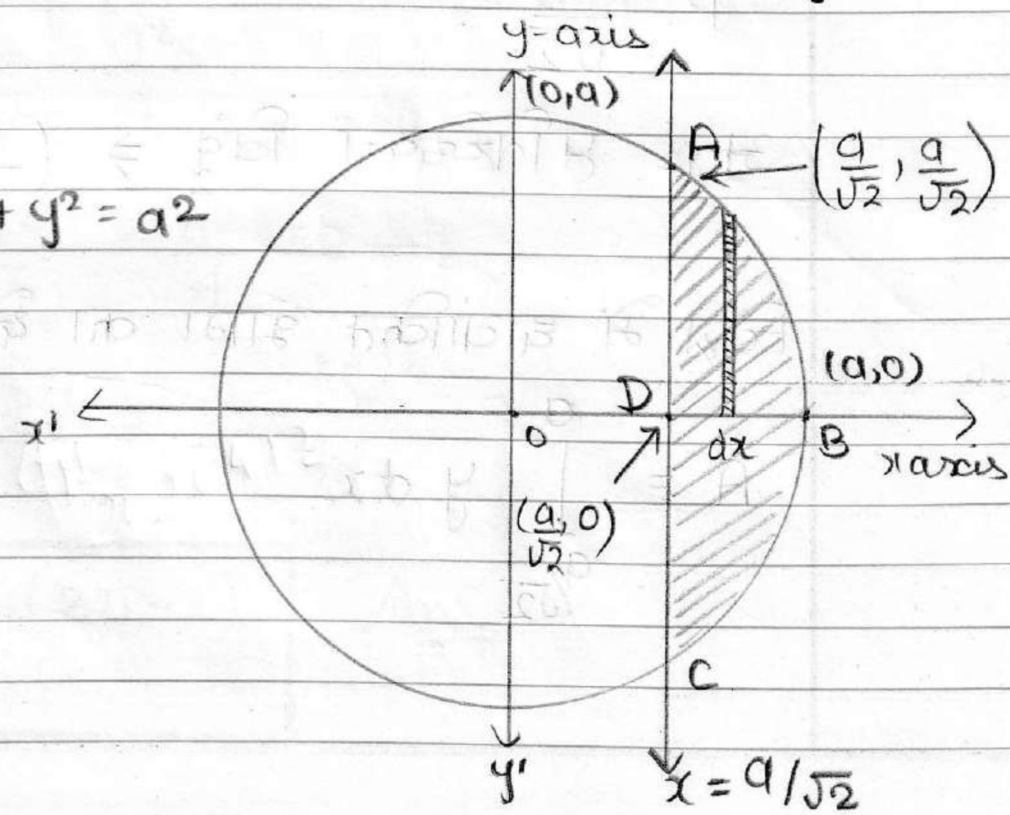
$\boxed{x+y=3}$

अतः अभिलंब का समीः—

$\boxed{x+y = 3}$ Ans

उत्तर क्रमाँक(24)

रेखा $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$ द्वारा वृत्त $x^2+y^2=a^2$ से काटे गये भागों में से छोटे भाग का क्षेत्रफलः—



चित्रः
Q.no(24)

P.T.O.

रेखा $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$ व वृत्त $x^2+y^2=a^2$ का

प्रतिच्छेदन बिंदु :—

$$x^2+y^2=a^2$$

$$\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 + y^2 = a^2$$

$$\frac{a^2}{2} + y^2 = a^2$$

$$y^2 = a^2 - \frac{a^2}{2}$$

$$y^2 = \frac{a^2}{2}$$

$$y = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

अतः प्रतिच्छेदन बिंदु $\Rightarrow \left(\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{a}{\sqrt{2}}\right)$

चित्र में छायांकित भाग का क्षेत्रफल = **A**

$$A = \int_{a/\sqrt{2}}^{a} y\,dx$$

$$A = \int_{a/\sqrt{2}}^{a} \sqrt{a^2 - x^2}\, dx$$

$$A = \left[\frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a} \right]_{a/\sqrt{2}}^{a}$$

$$A = \left\{ \frac{a}{2}\sqrt{a^2 - a^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{a}{a} \right\} -$$

$$\left\{ \frac{a}{2\sqrt{2}} \cancel{\sin} \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{a}{\sqrt{2}\,a} \right\}$$

$$A = \frac{a^2}{2}\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{a}{2\sqrt{2}}\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right) + \frac{a^2}{2}\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$A = \frac{\pi a^2}{4} - \frac{a^2}{4} + \frac{\pi a^2}{8}$$

$$A = \frac{3\pi a^2}{8} - \frac{a^2}{4}$$

$$A = \frac{a^2}{4}\left(\frac{3\pi}{2} - 1\right)$$

$$\boxed{A = \frac{a^2}{8}(3\pi - 2)}$$ Ans

उत्तर क्रमांक (25)

Given:–

अवकल समी॰:–

$$x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2$$

$$\frac{dy}{dx} + \left(\frac{2}{x}\right)y = x$$

समी॰ की तुलना $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ से करने पर

$P = \frac{2}{x}$ व $Q = x$

Integral factor:–

$$I.F. = e^{\int P dx}$$

$$= e^{\int \frac{2}{x} dx}$$

$$= e^{2\log x}$$

$$= e^{\log x^2}$$

$$= x^2$$

$\boxed{I \cdot F = x^2}$

अवकल समी० का हल,

$$y \cdot I \cdot F = \int Q \cdot I \cdot F \, dx + C_1$$

$$yx^2 = \int x \cdot x^2 \, dx + C_1$$

$$yx^2 = \int x^3 \, dx + C_1$$

$$yx^2 = \frac{x^4}{4} + C_1$$

$$4x^2y = x^4 + 4C_1$$

$$\Rightarrow 4x^2y - x^4 = C \qquad \{C = 4C_1\}$$

अतः अवकल समी० का हल: —

$$4x^2y = C + x^4$$

$$\Rightarrow \boxed{4x^2y - x^4 = C} \quad \underline{Ans}$$

<u>उत्तर क्रमांक (26)</u>

<u>Given</u>:— समतल अक्षो से (a, b, c) अंतः खण्ड काटता है। P.T.O.

समतल जो ~~जो~~ अक्षों को a, b, c अंतः खंड काटता है, का समी० है:—

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

∵ समतल $Ax_1 + By_1 + Cz_1 = D$ की किसी बिंदु x, y, z से दूरी :—

$$d = \left| \frac{Ax + By + Cz - D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right|$$

अतः मूल बिंदु से समतल की दूरी जबकि

$A = \frac{1}{a}$, $B = \frac{1}{b}$, $C = \frac{1}{c}$, } A, B, C, → समतल के दिक् अनुपात

$$p = \left| \frac{\left(\frac{1}{a} \times 0\right) + \left(\frac{1}{b} \times 0\right) + \left(\frac{1}{c} \times 0\right) - 1}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{c}\right)^2}} \right|$$

$$p = \frac{+1}{\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)^2}$$

$$\frac{1}{p} = \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)^{1/2}$$

दोनों ओर वर्ग करने पर,

$$\boxed{\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}$$

इति सिद्धम

उत्तर क्रमाँक (27)

given :- थैले में लाल गेंदो की संख्या = 6

थैले में काली गेंदो की सख्या = 9

थैले में कुल गेंदो की संख्या = 15

निकाले जाने वाली गेंदो की संख्या = 2

अत: माना X: लाल गेंदे निकलना

अत: X के संभव मान = 0, 1, 2

P (कोई लाल गेद नहीं) = P(X=0)

$$P(X=0) = \frac{9}{15} \times \frac{9}{15} = \frac{81}{225}$$

P(एक काली व एक लाल गेंद) = P(X=1)

P.T.O.

$P(X=1) = p$(पहली काली दूसरी लाल) या
p (पहली लाल दूसरी
दूसरीकाली) क

$$= \left(\frac{9}{15} \times \frac{6}{15}\right) + \left(\frac{6}{15} \times \frac{9}{15}\right)$$

$$= \frac{54}{225} + \frac{54}{225}$$

$$= \frac{108}{225}$$

$P($X= दोनों ~~क~~ लाल गेंद$) = \frac{6}{15} \times \frac{6}{\cancel{2}15}$

$$= \frac{36}{225}$$

प्रायिकता बंटनः—

X	0	1	2
P(X)	81/225	$\frac{108}{225}$	$\frac{36}{225}$

Ans

यहाँ $P(Red) = \frac{6}{15}$
व $P(Black) = \frac{9}{15}$

उत्तर क्रमाँक (२८)

Given:-

उद्देश्य फलन⇒ $Z = x + 3y$

व्यवरोध⇒ $2x + y \geq 3$ —i)

$x + 2y \leq 6$ —ii)

$x, y \geq 0$ {ऋणेतर व्यवरोध}

असमिकाओं को समीकरण रूप में बदलने पर:-

$2x + y = 3$ — a)

$x + 2y = 6$ — b)

By equ a),

x	0	1.5
y	3	0

→ L_1 (रेखा 1)

By equ b),

x	0	6
y	3	0

→ L_2 (रेखा 2)

समी० a व b का प्रतिच्छेदन बिंदु,

$2x + y = 3$ व $x + 2y = 6$

$2x + y = 3$ व $2x + 4y = 12$

दोनों को घटाने पर,

$$2x + 4y = 12$$
$$\underline{\overset{-}{2x} + \overset{-}{y} = \overset{-}{3}}$$
$$3y = 9$$
$$\boxed{y = 3}$$

By equ a)

$2x + y = 3$

$2x = 3 - 3$

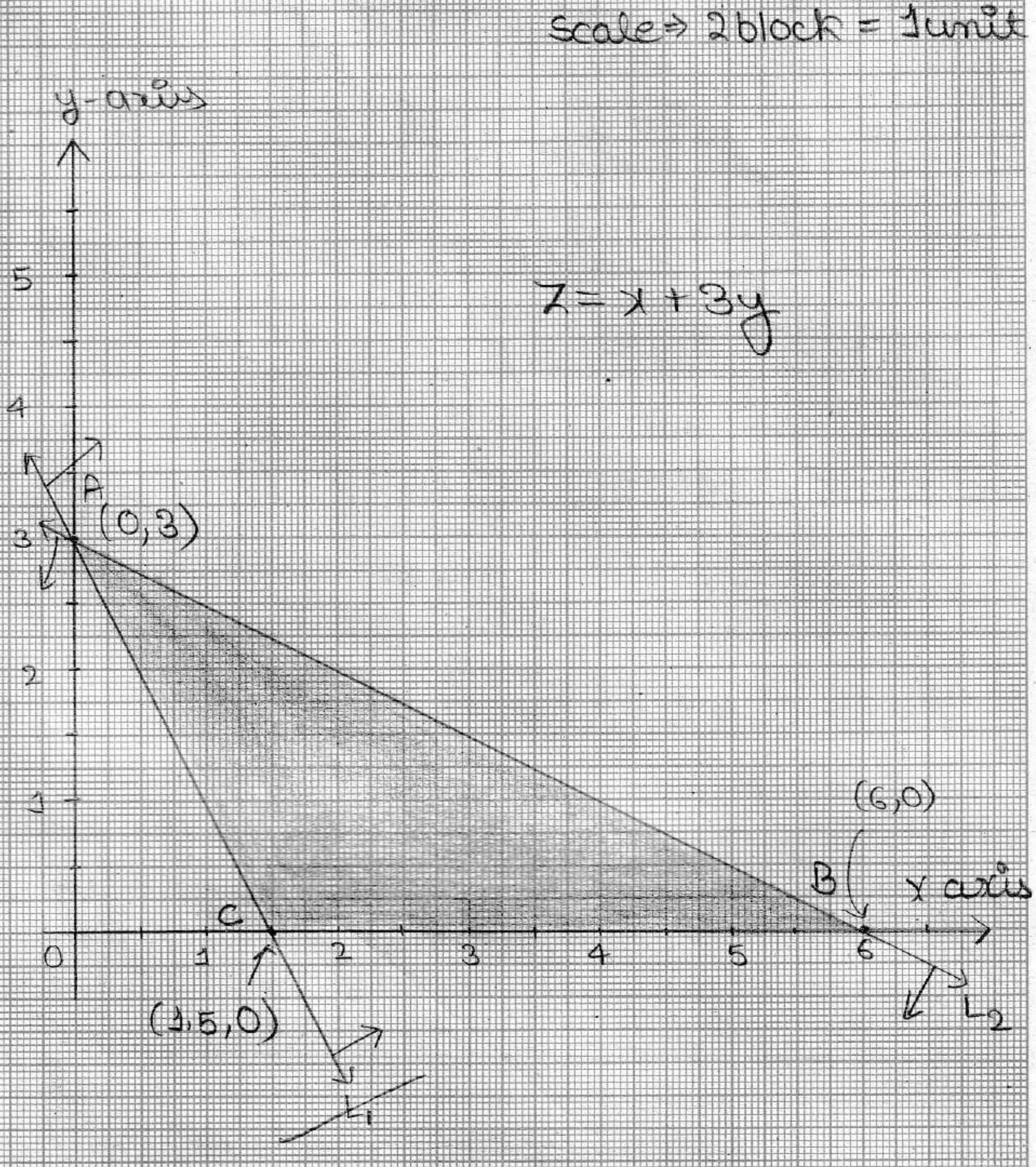
$\boxed{x = 0}$

असमिका i) में $x, y = 0$ रखने पर,

$0 + 0 \geqslant 3$

$0 \geqslant 3$ (false)

Roll No.
अनुक्रमांक



Answer no (28)

ROLL NO. →

चूंकि यह असत्य है अतः हल क्षेत्र मूल बिंदु से बाहर की ओर होगा।

असमिका ii) में $x, y = 0$ रखने पर,

$0 + 0 \leq 6$ {true}

चूँकि यह सत्य है अतः हल क्षेत्र मूल बिंदु की ओर होगा।

ग्राफ में छायांकित भाग ही सुसंगत हलक्षेत्र है।

कोनीय बिंदु	$Z = x + 3y$
(0, 3)	9 → Maximum
(1·5, 0)	1·5 → Minimum
(6, 0)	6

अतः Z का अधिकतम मान = 9
Z का न्यूनतम मान = 1·5 Ans