

## प्रतिदर्श प्रश्न-पत्र-2018

## Model Paper – 2018

## गणित – XII

## MATHEMATICS - XII

समय : 3.00 घण्टा

पूर्णांक : 100

Time : 3.00 Hours

Maximum Marks : 100

- 1- (क) व्युत्क्रमणीय फलन का अस्तित्व है, यदि फलन है – 1  
 (अ) केवल एकैकी (ब) केवल आच्छादक  
 (स) एकैकी और आच्छादक दोनों (द) इनमें से कोई नहीं  
 Inverse function exists, if the function is -  
 (a) Only one-one (b) Only Onto  
 (c) One-One and onto both (d) None of these
- 1- (ख)  $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$  का मुख्य मान है – 1  
 (अ)  $\pi/6$  (ब)  $\pi/4$   
 (स)  $\pi/2$  (द) 1  
 Principal Value of  $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$  is -  
 (a)  $\pi/6$  (b)  $\pi/4$   
 (c)  $\pi/2$  (d) 1
- 1- (ग)  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$  एक वर्ग आव्यूह है, यदि – 1  
 (अ)  $m < n$  (ब)  $m > n$   
 (स)  $m = n$  (द)  $m = 0$   
 $A = [a_{ij}]_{m \times n}$  is a square matrix, if -  
 (a)  $m < n$  (b)  $m > n$   
 (c)  $m = n$  (d)  $m = 0$
- 1- (घ) अवकल समीकरण  $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + y = 0$  की कोटि है – 1  
 (अ) 2 (ब) 1  
 (स) 0 (द) 3

Order of the differential equation  $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + y=0$  is -

- (a) 2 (b) 1  
(c) 0 (d) 3

1- (ड)  $\hat{i} \cdot \hat{i} + \hat{j} \cdot \hat{j} + \hat{k} \cdot \hat{k}$  का मान है - 1

- (अ) 0 (ब) 1  
(स) 2 (द) 3

Value of  $\hat{i} \cdot \hat{i} + \hat{j} \cdot \hat{j} + \hat{k} \cdot \hat{k}$  is -

- (a) 0 (b) 1  
(c) 2 (d) 3

1- (च) यदि किसी रेखा के दिक्-कोसाइन  $l, m, n$  हैं तो  $l^2 + m^2 + n^2$  का मान होगा -1

- (अ) 1 (ब) 3  
(स) 0 (द) 2

If the direction cosines of a line are  $l, m, n$  then the value of  $l^2 + m^2 + n^2$  is -

- (a) 1 (b) 3  
(c) 0 (d) 2

2-  $f(x) = \sin(x^2)$  का 'x' के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए। 1

Find the differentiation of  $f(x) = \sin(x^2)$  with respect to 'x'.

3- सदिश  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$  का मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। 1

Find the unit vector of the vector  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ .

4-  $\int e^{2x} dx$  का मान ज्ञात कीजिए। 1

Evaluate  $\int e^{2x} dx$ .

5- एक रेखा का कार्तीय समीकरण  $\frac{x-5}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$  है। इसका सदिश रूप लिखिए? 1

The Cartesian equation of a line is  $\frac{x-5}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$ . Write its vector form ?

6- यदि  $x=at^2, y=2at$  है तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए ? 2

Find the value of  $\frac{dy}{dx}$  if  $x=at^2, y=2at$  ?

7- जाँचिए कि क्या फलन  $f(x)=x^2, x=0$  पर संतत है ? 2

Examine whether the function given by  $f(x)=x^2$ , is continuous at  $x=0$  ?

8- मान ज्ञात कीजिए  $\int \tan^{-1} x dx$  ?

2

Evaluate  $\int \tan^{-1} x dx$  ?

9- x का मान ज्ञात कीजिए, यदि -

2

$$\begin{vmatrix} 2x & 4 \\ 6 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 0 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}$$

Find the value of x, if -

$$\begin{vmatrix} 2x & 4 \\ 6 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 0 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}$$

10- सत्यापित कीजिए कि फलन  $y = A \cos x + B \sin x$ , जिसमें  $A, B \in \mathbb{R}$  अवकल

समीकरण  $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$  का हल है।

2

Verify that the function  $y = A \cos x + B \sin x$ , where  $A, B \in \mathbb{R}$  is a

solution of the differential equation  $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$ .

11-  $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

2

Evaluate  $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx$ .

अथवा (OR)

अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$  का समाकलन गुणक ज्ञात कीजिए ?

Find the integrating factor of the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2 .$$

12- बिन्दु  $(1, 2, -3)$  तथा  $(1, 1, 0)$  से होकर जाने वाली सरल रेखा के दिक्कोसाइन ज्ञात कीजिए ?

2

Find the direction-cosines of a straight line passing through the points  $(1, 2, -3)$  and  $(1, 1, 0)$  ?

13-  $|(\hat{i} \times \hat{j}) + (\hat{j} \times \hat{k}) + (\hat{k} \times \hat{i})|$  का मान ज्ञात कीजिए ?

2

Find the value of  $|(\hat{i} \times \hat{j}) + (\hat{j} \times \hat{k}) + (\hat{k} \times \hat{i})|$  ?

अथवा (OR)

सदिश  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$  का सदिश  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए ?

Find the projection of the vector  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$  on the vector

$\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  ?

- 14- यदि  $f: R \rightarrow R$  तथा  $g: R \rightarrow R$  फलन क्रमशः  $f(x)=\cos x$  तथा  $g(x)=3x^2$  द्वारा परिभाषित हैं तो  $gof$  और  $fog$  ज्ञात कीजिए ? दर्शाइए कि  $gof \neq fog$ . 4
- Find  $gof$  and  $fog$ , if  $f: R \rightarrow R$  and  $g: R \rightarrow R$  are given by  $f(x)=\cos x$  and  $g(x)=3x^2$ . Show that  $gof \neq fog$ .

अथवा (OR)

पूर्णाकों के समुच्चय में  $a*b=a+b+1$  द्वारा परिभाषित द्विआधारीय संक्रिया  $*$  के लिए तत्समक एवं प्रतिलोम अवयव ज्ञात कीजिए ?

Find the identity and inverse element for the binary operation  $*$  defined by  $a*b=a+b+1$  in the set of integers.

- 15- सिद्ध कीजिए कि  $\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{17}{6}\right)$ . 4

Prove that  $\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{17}{6}\right)$ .

- 16- सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए :- 4

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c).$$

Using properties of determinants prove that :-

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c).$$

- 17- अन्तराल  $[-2, 2]$  में फलन  $f(x)=x^2+1$  के लिए रोले प्रमेय का सत्यापन कीजिए ? 4
- Verify Rolle's theorem for the function  $f(x)=x^2+1$  in the interval  $[-2, 2]$ .

अथवा (OR)

यदि  $y=(\tan x)^{(\tan x)^{(\tan x)^{\dots\infty}}}$ , तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए ? 4

If  $y=(\tan x)^{(\tan x)^{(\tan x)^{\dots\infty}}}$ , then find the value of  $\frac{dy}{dx}$  ?

- 18-  $\int \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$  का मान ज्ञात कीजिए ? 4

Evaluate  $\int \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$  ?

अथवा (OR)

सिद्ध कीजिए कि  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\tan x}}{\sqrt{\tan x + \sqrt{\cot x}}} dx = \frac{\pi}{4}$ .

Prove that  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\tan x}}{\sqrt{\tan x + \sqrt{\cot x}}} dx = \frac{\pi}{4}$ .

19-  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x) dx$  का मान ज्ञात कीजिए ? 4

Evaluate  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x) dx$  ?

20- एक समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएं सदिश

$\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$  और  $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$  द्वारा निर्धारित हैं। 4

Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are determined by the vectors  $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$  and  $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$ .

21- एक थैले में 5 सफेद, 7 लाल तथा 4 काली गेंदें हैं। इसमें से यादृच्छया 3 गेंदें निकाली जाती हैं। इन सभी के लाल गेंद होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 4

A bag contains 5 white, 7 red and 4 black balls. From this bag 3 balls are drawn at random. Find the probability of these being all red balls.

22- सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के अन्तर्गत महत्तम क्षेत्रफल वाला आयत, एक वर्ग होता है। 6

Prove that the rectangle of maximum area, inscribed in a circle, is a square.

अथवा (OR)

वक्र  $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$  के बिन्दु (1, 1) पर स्पर्श रेखा तथा अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए ? 6

Find the equation of the tangent and normal to the curve

$x^{2/3} + y^{2/3} = 2$  at the point (1, 1) ?

23- आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$  का व्युत्क्रम आव्यूह ज्ञात कीजिए ? 6

Find inverse matrix of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$  ?

24- दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ? 6

Find the area of the region bounded by the ellipse  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  ?

अथवा (OR)

योगफल की सीमा के रूप में  $\int_0^2 (x + e^x) dx$  का मान ज्ञात कीजिए ?

Evaluate the definite integral  $\int_0^2 (x + e^x) dx$  as the limit of a sum.

25- अवकल समीकरण  $\left[ x \sin^2 \frac{y}{x} - y \right] dx + x dy = 0$ ,  $y = \frac{\pi}{4}$  जबकि  $x=1$  का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए ? 6

Find the particular solution of the differential equation

$$\left[ x \sin^2 \frac{y}{x} - y \right] dx + x dy = 0, y = \frac{\pi}{4} \text{ when } x=1.$$

26- रेखाओं  $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$  और  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$  के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ? 6

Find the shortest distance between the lines :

$$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1} \text{ and } \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1} ?$$

अथवा (OR)

तलों  $x+y+z=1$  और  $2x+3y+4z=5$  के प्रतिच्छेदन रेखा से होकर जाने वाले तथा तल  $x-y+z=0$  पर लम्बवत तल का समीकरण ज्ञात कीजिए ?

Find the equation of the plane through the line of intersection of the planes  $x+y+z=1$  and  $2x+3y+4z=5$  which is perpendicular to the plane  $x-y+z=0$  ?

27- आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :- 6

$$\text{न्यूनतम } z=3x+2y$$

$$\text{जहाँ, } x+2y \leq 10$$

$$3x+y \leq 15$$

$$x, y \geq 0$$

Solve the following linear programming problem graphically :

$$\text{Minimise } z=3x+2y$$

Subject to the constraints :

$$x+2y \leq 10$$

$$3x+y \leq 15$$

$$x, y \geq 0$$

28- एक प्रश्न को A और B द्वारा स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकताएं क्रमशः  $1/2$  और  $1/3$  हैं। यदि दोनों स्वतंत्र रूप से प्रश्न हल करने का प्रयास करते हैं तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि :- 6

(क) प्रश्न हल हो जाता है।

(ख) उनमें से तथ्यतः कोई एक प्रश्न हल कर लेता है।

Probability of solving a question independently by A and B are  $1/2$  and  $1/3$  respectively. If both try to solve the question independently, find the probability that :

- (a) the problem is solved.  
(b) exactly one of them solves the problem.

अथवा (OR)

एक यादृच्छिक चर  $X$  का प्रायिकता बंटन नीचे दिया गया है :-

$X$	1	2	3	4	5
$P(X)$	$K$	$5K$	$3K$	$6K^2$	$4K^2$

ज्ञात कीजिए :-

- (I)  $K$  (II)  $P(2 < X < 5)$  (III)  $P(X=5)$

A random variable  $X$  has the following probability distribution :-

$X$	1	2	3	4	5
$P(X)$	$K$	$5K$	$3K$	$6K^2$	$4K^2$

Determine

- (I)  $K$  (II)  $P(2 < X < 5)$  (III)  $P(X=5)$

----x--x--x----